Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет

Информационных Технологий, Механики и Оптики

Домашняя работа по Моделированию № 1

«Исследование однородных СМО»

Выполнил студент:

Сорокин Юрий

Группа:

Р3317

Санкт-Петербург

2016

**Постановка задачи и исходные данные**

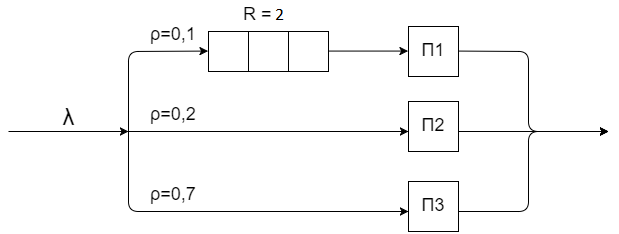
В ходе данной работы требуется изучить метод Марковских случайных процессов и его применение для исследования систем массового обслуживания с однородным потоком заявок. Основными этапами исследования являются разработка моделей исследуемых систем, проведение расчетов по разработанным моделям и обработка результатов. В итоге следует сделать выбор наилучшего варианта организации системы из двух вариантов в соответствии с заданным критерием эффективности.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Система\_1 | | Система\_2 | | Критерий |
| П | ЕН | П | ЕН |
| 14 | 3 | 2/0/0 | 2 | 2/0 | (г) |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Интенс. потока | Ср. длит | Вероятность занятия прибора | | |
| λ (1/с) | B (с) | П1 | П2 | П3 |
| 16 | 0,6 | 10 | 0,1 | 0,2 | 0,7 |

**Описание исследуемых систем**

**Система\_1**

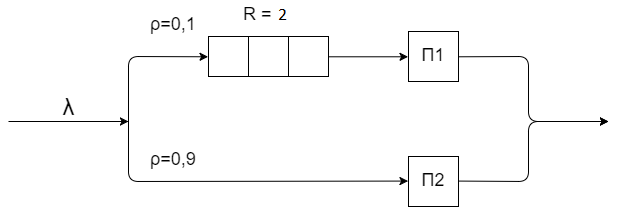


Многоканальная СМО: 3 обслуживающих прибора;

Поток поступления заявок однородный;

Емкость накопителя первого прибора равна 2, у остальных приборов накопители отсутствуют;

**Система\_2**

****

Многоканальная СМО: 2 обслуживающих прибора;

Поток поступления заявок однородный;

Емкость накопителя первого прибора равна 2, у второго прибора накопитель отсутствует;

**Способ кодирования и перечень состояний**

**Система\_1 Система\_2**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Код | П1\П2\П3 |  | Код | П1\П2 |
| Е0 | 0\0\0 |  | Е0 | 0\0 |
| Е1 | 0\0\1 |  | Е1 | 0\1 |
| Е2 | 0\1\0 |  | Е2 | 1\0 |
| Е3 | 0\1\1 |  | Е3 | 1\1 |
| Е4 | 1\0\0 |  | Е4 | 2\0 |
| Е5 | 1\0\1 |  | Е5 | 2\1 |
| Е6 | 1\1\0 |  | Е6 | 3\0 |
| Е7 | 1\1\1 |  | Е7 | 3\1 |
| Е8 | 2\0\0 |  |  |  |
| Е9 | 2\0\1 |  |  |  |
| Е10 | 2\1\0 |  |  |  |
| Е11 | 2\1\1 |  |  |  |
| Е12 | 3\0\0 |  |  |  |
| Е13 | 3\0\1 |  |  |  |
| Е14 | 3\1\0 |  |  |  |
| Е15 | 3\1\1 |  |  |  |

**Результаты работы. Граф переходов**

**Система\_1 Система\_2**



Матрицы интенсивностей переходов

**Система\_1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E\E | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 0 | S0 | λρ3 | λρ2 |  | λρ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | μ | S1 |  | λρ2 |  | λρ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | μ |  | S2 | λρ3 |  |  | λρ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  | μ | μ | S3 |  |  |  | λρ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | μ |  |  |  | S4 | λρ3 | λρ2 |  | λρ1 |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  | μ |  |  | μ | S5 |  | λρ2 |  | λρ1 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  | μ |  | μ |  | S6 | λρ3 |  |  | λρ1 |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  | μ |  | μ | μ | S7 |  |  |  | λρ1 |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  | μ |  |  |  | S8 | λρ3 | λρ2 |  | λρ1 |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  | μ |  |  | μ | S9 |  | λρ2 |  | λρ1 |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |  | μ |  | μ |  | S10 | λρ3 |  |  | λρ1 |  |
| 11 |  |  |  |  |  |  |  | μ |  | μ | μ | S11 |  |  |  | λρ1 |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  | μ |  |  |  | S12 | λρ3 | λρ2 |  |
| 13 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ |  |  | μ | S13 |  | λρ2 |
| 14 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ |  | μ |  | S14 | λρ3 |
| 15 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ |  | μ | μ | S15 |

𝑆0 = −𝜆(𝑝3 + 𝑝2 + 𝑝1 ) = −𝜆; 𝑆1 = −(µ + 𝜆(𝑝2 + 𝑝1)); 𝑆2 = −(µ + 𝜆(𝑝3 + 𝑝1));

𝑆3 = −(2µ + 𝜆𝑝1); 𝑆4 = −(µ + 𝜆(𝑝3 + 𝑝2 + 𝑝1)); 𝑆5 = −(2µ + 𝜆(𝑝2 + 𝑝1));

𝑆6 = −(2µ + 𝜆(𝑝3 + 𝑝1)); 𝑆7 = −(3µ + 𝜆𝑝1); 𝑆8 = −(µ + 𝜆(𝑝3 + 𝑝2 + 𝑝1));

𝑆9 = −(2µ + 𝜆(𝑝2+ 𝑝1) ); 𝑆10 = −(2µ + 𝜆(𝑝3 + 𝑝1) ); 𝑆11 = −(3µ + 𝜆𝑝1);

𝑆12 = −(µ + 𝜆(𝑝3 + 𝑝2)); 𝑆13 = −(2µ + 𝜆𝑝2); 𝑆14 = −(2µ + 𝜆𝑝3);

𝑆15 = −3µ;

**Система\_2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | S0 | λρ2 | λρ1 |  |  |  |  |  |
| 1 | μ | S1 |  | λρ1 |  |  |  |  |
| 2 | μ |  | S2 | λρ2 | λρ1 |  |  |  |
| 3 |  | μ | μ | S3 |  | λρ1 |  |  |
| 4 |  |  | μ |  | S4 | λρ2 | λρ1 |  |
| 5 |  |  |  | μ | μ | S5 |  | λρ1 |
| 6 |  |  |  |  | μ |  | S6 | λρ2 |
| 7 |  |  |  |  |  | μ | μ | S7 |

𝑆0 = −𝜆(𝑝2 + 𝑝1 ) ; 𝑆1 = −(µ + 𝜆𝑝1); 𝑆2 = −(µ + 𝜆(𝑝1+ 𝑝2));

𝑆3 = −(2µ + 𝜆𝑝1); 𝑆4 = −(µ + 𝜆(𝑝1+ 𝑝2)); 𝑆5 = −(2µ+ 𝜆𝑝1);

𝑆6 = −(µ + 𝜆𝑝2); 𝑆7 = -2 µ;

**Стационарные вероятности состояний**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  состояния | Система\_1 | | Система\_2 | |
| Обозн. | Вер-ть | Обозн. | Вер-ть |
| 0 | Р0 | 0.0402 | Р0 | 0.0718 |
| 1 | Р1 | 0.1687 | Р1 | 0.3878 |
| 2 | Р2 | 0.0482 | Р2 | 0.0431 |
| 3 | Р3 | 0.2025 | Р3 | 0.2327 |
| 4 | Р4 | 0.0241 | Р4 | 0.0259 |
| 5 | Р5 | 0.1012 | Р5 | 0.1396 |
| 6 | Р6 | 0.0289 | P6 | 0.0155 |
| 7 | Р7 | 0.1215 | P7 | 0.0838 |
| 8 | Р8 | 0.0145 |  |  |
| 9 | Р9 | 0.0607 |  |  |
| 10 | Р10 | 0.0174 |  |  |
| 11 | Р11 | 0.0729 |  |  |
| 12 | Р12 | 0.0087 |  |  |
| 13 | Р13 | 0.0364 |  |  |
| 14 | Р14 | 0.0104 |  |  |
| 15 | Р15 | 0.0437 |  |  |

**Характеристики Системы\_1**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Прибор | Расчетная формула | Результат |
| Нагрузка | П1 | y1=λ\*q1/μ | 0,6000 |
| П2 | y2=λ\*q2/μ | 1,2000 |
| П3 | y3=λ\*q3/μ | 4,2000 |
| Сумма | y=y1+y2+y3 | 6,0000 |
| Загрузка | П1 | p1=p4+p5+p6+p7+p8+p9+p10+p11+p12+p13+p14+p15 | 0,5404 |
| П2 | p2=p2+p3+p6+p7+p10+p11+p14+p15 | 0,5351 |
| П3 | p3=p1+p3+p5+p7+p9+p11+p13+p15 | 0,8076 |
| Сумма | p=(p1+p2+p3)/3 | 0,6277 |
| Длина очереди | П1 | l1=p8+p9+p10+p11+2\*(p12+p13+p14+p15) | 0,3639 |
| П2 | l2=0 | 0,0000 |
| П3 | l3=0 | 0,0000 |
| Сумма | l=l1+l2+l3 | 0,3639 |
| Число заявок | П1 | m1=p1+l1 | 0,9043 |
| П2 | m2=p2+l2 | 0,5351 |
| П3 | m3=p3+l3 | 0,8076 |
| Сумма | m=m1+m2+m3 | 2,2470 |
| Вероятность потери | П1 | п1=p12+p13+p14+p15 | 0,0992 |
| П2 | п2=p2+p3+p6+p7+p10+p11+p14+p15 | 0,5351 |
| П3 | п3=p1+p3+p5+p7+p9+p11+p13+p15 | 0,8076 |
| Сумма | п=q1\*п1+q2\*п2+q3\*п3 | 0,6823 |
| Производительность | П1 | λ'1=λ\*q1(1-π1) | 0,0540 |
| П2 | λ'2=λ\*q2(1-π2) | 0,0538 |
| П3 | λ'3=λ\*q3(1-π3) | 0,0808 |
| Сумма | λ'=λ'1+λ'2+λ'3 | 0,1906 |
| Время ожидания | П1 | w1=l1/λ'1 | 6,7329 |
| П2 | w2=l2/λ'2 | 0,0000 |
| П3 | w3=l3/λ'3 | 0,0000 |
| Сумма | w=l/λ' | 1,9088 |
| Время пребывания | П1 | u1=m1/λ'1 | 16,7314 |
| П2 | u2=m2/λ'2 | 9,9817 |
| П3 | u3=m3/λ'3 | 9,9941 |
| Сумма | u=m/λ' | 11,7864 |

**Характеристики Системы\_2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Прибор | Расчетная формула | Результат |
| Нагрузка | П1 | y1=λ\*q1/μ | 0,6000 |
| П2 | y2=λ\*q2/μ | 5,4000 |
| Сумма | y=y1+y2 | 6,0000 |
| Загрузка | П1 | p1=p2+p3+p4+p5+p6+p7 | 0,5406 |
| П2 | p2=p1+p3+p5+p7 | 0,8439 |
| Сумма | ρ=(ρ1+ρ2)/2 | 0,6923 |
| Длина очереди | П1 | l1=p4+p5 | 0,3641 |
| П2 | l2=0 | 0,0000 |
| Сумма | l=l1+l2 | 0,3641 |
| Число заявок | П1 | m1=p1+l1 | 0,9047 |
| П2 | m2=p2+l2 | 0,8439 |
| Сумма | m=m1+m2 | 1,7486 |
| Вероятность потери | П1 | п1=p4+p5 | 0,0993 |
| П2 | п2=p1+p3+p5 | 0,8439 |
| Сумма | п=q1\*п1+q2\*п2 | 0,7694 |
| Производительность | П1 | λ'1=λ\*q1(1-π1) | 0,0540 |
| П2 | λ'2=λ\*q2(1-π2) | 0,0843 |
| Сумма | λ'=λ'1+λ'2 | 0,1383 |
| Время ожидания | П1 | w1=l1/λ'1 | 6,7374 |
| П2 | w2=l2/λ'2 | 0,0000 |
| Сумма | w=l/λ' | 2,6320 |
| Время пребывания | П1 | u1=m1/λ'1 | 16,7407 |
| П2 | u2=m2/λ'2 | 10,0114 |
| Сумма | u=m/λ' | 12,6402 |

**Сравнительный анализ исследуемых систем**

В ходе исследования моделей построенных систем можно сделать вывод, что оптимальной системой для заданного критерия является Система\_1. Это достигается за счет искомого распределения вероятностей и большего количество приборов.

**Вывод**

Вероятность пребывания в Системе\_1 в ~0,77 раза меньше, чем в Системе\_2. Следовательно, СИСТЕМА\_1 является оптимальной для заданного критерия эффективности.